МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

«Харківський політехнічний інститут»

Кафедра «Програмної інженерії та інформаційних технологій управління»

Індивідуальне домашнє завдання

з предмету «Досліджування операцій»

ВИКОНАВ

Студент групи КН-27

ПЕРЕВІРИВ

Лисицький В. Л.

Харків 2019

# Задание 1. Осуществить качественную и количественную постановку основной задачи исследования операцій

Задача оптимального использования ресурсов информационно-вычислительного центра.

Качественная постановка задачи

Требуется найти оптимальный план проведения работы для информационно вычислительного центра, который максимизировал бы доход от предоставления услуг.

Оперирующая сторона ‒ информационно-вычислительный центр (ИВЦ), который предоставляет *n=6* видов услуг, объемом *xj* каждая,

Принцип трехуровневого рассмотрения подразумевает тот факт, что в условиях конкурентного рынка данный ИВЦ может представлять собой элемент системы – совокупности таких же ИВЦ, каждый из которых включает в себя взаимодействующие элементы, образующие структуру, предназначенную для достижения фиксированной цели с заданным эффектом.

Количественная постановка задачи

Определить оптимальный план работы максимизирующий целевую функцию.

Каноническая форма записи

Математическая модель операции в канонической форме записи выглядит следующим образом (рисунок 1):

Рисунок 1 – Каноническая форма записи исходной задачи

Активные средства

Для данного предприятия активными средствами являются оборудование, работники, энергия, бумага.

Разбор параметров

L – целевая функция, задача линейного программирования, для которой необходимо найти оптимальный план.

Во время работы ИВЦ затрачивает ресурсы *m=2* – время, деньги, работники и т. д. Вектор задает ограничения для каждого вида ресурсов.

Вектор - план работы, или объем производимой продукции. При решении ЗЛП необходимо найти оптимальный план – план, удовлетворяющий поставленным ограничениям и максимизирующий целевую функцию.

Матрица А, состоящая из векторов - векторов условий, элементы которых определяют затраты i-ого активного средства на производство j-ого вида продукции.

Вектор – вектор цен на единицу объема работы.

Экономическая интерпретация

(Для выбора предоставляемых услуг в качестве примера был выбран ВЦ ХПИ)

ИВЦ предлагает такой набор услуг:

1. разработка учебных программ;
2. построение и администрирование городской компьютерной сети;
3. разработка и внедрение систем автоматизации управления учебным процессом и администрирование хозяйственной деятельности университета;
4. построение университетской компьютерной сети;
5. техобслуживание и ремонт средств вычислительной техники;
6. наполнение украинского сегмента «Интернет».

Для предоставления услуг используют определенный набор активных средств. В данном случае это работники и электроэнергия. Выбор данных активных средств можно интерпретировать так:

Ограничение 1: для предоставления заданного набора услуг было выделено 24 команды рабочих (по k человек в каждой)

Ограничение 2: для нормального предоставления услуг требуется определенной распределение в затрате электроэнергии для каждого вида услуги. В сумме это 5 (например 5 МВт).

Объемы производимой продукции не могут быть отрицательными .

Структурно-функциональная схема операции

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Активные средства | Оперирующая сторона | Госзаказ | Рынки товарной продукции |

5

24

ИВЦ

P1

1

P2

1

P3

7

P4

4

P5

3

P6

9

.

.

.

.

.

.

# Задание 2. Двойственную ЗЛП, записанную в канонической форме решить на основе геометрической интерпретации.

1. Задача в каноническом виде (рисунок 2.1):

Рисунок 2.1 – Каноническая форма записи ЗЛП

1. Построим целевую функцию двойственной задачи. Сформируем целевую функцию, матрицу условий (рисунок 2.2):

Рисунок 2.2 – Вычисление двойственной задачи

Вид двойственной задачи в канонической форме (рисунок 2.3):

Рисунок 2.3 – Двойственная задача в канонической форме

1. Изобразим условие задачи графически. Для этого изобразим гиперплоскости в двухмерной системе y1 y2 соответствующие каждому ограничению – рисунок 2.4:

Рисунок 2.4 – Графическая интерпретация двойственной задачи

1. Анализ графика.

Анализируя график, можно заметить, что при движении целевой функции L0 вдоль нормали n она достигает возможные решения в точках пересечения гиперплоскостей П2 и П6, а также П1 и П6. Точка плана, минимизирующего целевую функция встретится первой при таком передвижении.

Для поиска коэффициентов в точке пересечения П2, П6 нужно решить систему уравнений.

1. Запишем полученный результат

Целевая функция приобретает минимальное значения в точке y1=(2.5; 1.5) и равна:

Оптимальный опорный план двойственной задачи:

# Задание 3. Решить ЗЛП, записанную в каноническом виде на основе теоремы о существовании опорного решения

1. Задача в каноническом виде (рисунок 3.1):

Рисунок 3.1 – Каноническая форма записи ЗЛП

1. Составим двойственную задачу
2. Проверим решаемость исходной и двойственной задач

Пусть – вариант плана прямой задачи

Пусть - вариант плана двойственной задачи

По следствию первой теоремы теории двойственности для того чтобы пара задач ЛП была разрешима, достаточно, чтобы множество планов прямой задачи и множество планов двойственной задачи были не пустыми множествами. Следовательно исходная задача имеет решение.

1. Запишем возможные базисы (
2. Проверим линейную независимость векторов, входящих в базисы (с помощью рангов или с помощью определителей):

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

Все векторы линейно независимы

1. Определим базисные компоненты каждого базиса:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1. |  | 2. |  |
| 3. |  | 4. |  |
| 5. |  | 6. |  |
| 7. |  | 8. |  |
| 9. |  | 10. |  |
| 11. |  | 12. |  |
| 13. |  | 14. |  |
| 15. |  |  |  |

1. Выберем оптимальное решение из множества векторов:

Таким образом найдена максимальная целевая функция:

Оптимальный план:

Оптимальный базис:

# Задание 4. Решить ЗЛП, записанную в каноническом виде методом последовательного улучшения плана (Симплекс методом) 1 алгоритмом с исходным базисом .

1. Задача в каноническом виде (рисунок 4.1):

Рисунок 4.1 – Каноническая форма записи ЗЛП

1. Составим симплекс таблицу – таблица 4.1

Таблица 4.1 – Симплекс таблица на первой итерации ( - направляющие элементы )

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  | 1 | 1 | 7 | 4 | 3 | 9 |  |
| № | Cs | Fs | A0 | A1 | A2 | A3 | A4 | A5 | A6 | Ѳ |
| 1 | 1 | A1 | 14,5 | 1 | 0 | 5,5 | 3,5 | 2,5 | 2 | 7,25 |
| 2 | 1 | A2 | 9,5 | 0 | 1 | 3,5 | 2,5 | 1,5 | 1 |  |
| 3 |  |  | 24 | 0 | 0 | 2 | 2 | 1 | -6 |  |

1. Найдем матрицу коэффициентов разложений векторов по базису Fs – рисунок 4.2:

Рисунок 4.2 – Поиск матрицы X

1. Найдем z0 – значение целевой функции на опорном интервале :

Найдем z1,2,3,4,5,6

|  |
| --- |
|  |

Найдем Δ1,2,3,4,5,6

|  |
| --- |
|  |

1. Определим ситуацию, преобладающую в системе:

В системе преобладает ситуация 3: для каждого неотрицательного Δ существует непустое множество .

Направляющий столбец – столбец №6

Вычислим параметр Ѳ:

Направляющая строка - №1

1. Заменим вектор базиса Fs
2. Найдем матрицу коэффициентов разложений векторов условий по новому базису воспользовавшись формулой ниже:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

1. Найдем значение целевой функции в новой точке

Пересчитаем параметры Δj:

|  |
| --- |
|  |

1. Обновим симплекс таблицу – таблица 4.2

Таблица 4.2 – Симплекс таблица на второй итерации

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  | 1 | 1 | 7 | 4 | 3 | 9 |
| № | Cs | Fs | A0 | A1 | A2 | A3 | A4 | A5 | A6 |
| 1 | 9 | A6 | 7,25 | 0,5 | 0 | 2,75 | 1,75 | 1,25 | 1 |
| 2 | 1 | A2 | 2,25 | -0,5 | 1 | 0,75 | 0,75 | 0,25 | 0 |
| 3 |  |  | 67,5 | 3 | 0 | 18,5 | 12,5 | 8,5 | 0 |

1. Выясним ситуацию, преобладающую в системе

В системе преобладает ситуация 1 => найденный план оптимален.

Оптимальный базис:

Целевая функция:

Оптимальный базис:

# Задание 5. Решить ЗЛП, записанную в каноническом виде методом обратной матрицы (Симплекс методом - 2 алгоритм) с исходным базисом .

1. Задача в каноническом виде (рисунок 5.1):

Рисунок 5.1 – Каноническая форма записи ЗЛП

1. Составим вспомогательную таблицу – таблица 5.1

Таблица 5.1 – Вспомогательная таблица метода обратной матрицы ( - исходные данные)

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | A1 | A2 | A3 | A4 | A5 | A6 |
| 24 | 1 | 1 | 9 | 6 | 4 | 3 |
| 5 | 1 | -1 | 2 | 1 | 1 | 1 |
|  | 1 | 1 | 7 | 4 | 3 | 9 |
|  | 0 | 0 | 2 | 2 | 1 | -6 |
|  | 3 | 0 | 18,5 | 12,5 | 8,5 | 0 |

1. Составим основную таблицу – таблица 5.2

Таблица 5.2 – Основная таблица метода обратной матрицы на первой итерации ( - направляющие элементы )

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № | Сs | Fs | e0 | e1 | e2 | A6 | Ѳ |
| 1 | 1 | A1 | 14,5 | 0,5 | 0,5 | 2 | 7,25 |
| 2 | 1 | A2 | 9,5 | 0,5 | -0,5 | 1 | 9,5 |
| 3 |  |  | 24 | 1 | 0 | -6 |  |

1. Найдем вектор :
2. Определим параметры

Определим :

Наименьшая отрицательная величина

Направляющий столбец - №6

Определим разложение вектора по базисным векторам:

В системе наблюдается ситуация 3: для каждого неотрицательного Δ существует непустое множество .

1. Определим направляющую строку. Для этого воспользуемся формулой ниже:

Направляющая строка - №1

В базис вводится переменная x6 и исключается x1

1. Пересчет основной таблицы

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

1. Пересчитаем

Все => найден оптимальный план

Основная таблица после второй итерации имеет вид – таблица 5.3

Таблица 5.3 – Основная таблица метода обратной матрицы после второй итерации

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № | Сs | Fs | e0 | e1 | e2 |
| 1 | 9 | A6 | 7,25 | 0,25 | 0,25 |
| 2 | 1 | A2 | 2,25 | 0,25 | -0,75 |
| 3 |  |  | 67,5 | 2,5 | 1,5 |

Целевая функция:

Оптимальный план:

Оптимальный базис:

Оптимальный план двойственной задачи:

# Задание 6. ЗЛП, записанную в канонической форме решить М методом (I алгоритм)

1. Задача в каноническом виде (рисунок 2.1):

Рисунок 6.1 – Каноническая форма записи ЗЛП

1. Составим М-задачу – рисунок 6.2:

Рисунок 6.2 – М задача

1. Составим основную таблицу и заполним ее исходными данными ( - исходные данные):

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | -1 |  |
|  |  |  |  |  | 1 | 1 | 7 | 4 | 3 | 9 | 0 | 0 |  |
| N |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 1 | -1 | 0 |  | 24 | 1 | 1 | 9 | 6 | 4 | 3 | 1 | 0 |  |
| 2 | -1 | 0 |  | 5 | 1 | -1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 2,5 |
| 3 |  |  |  | -29 | -2 | 0 | -11 | -7 | -5 | -4 | 0 | 0 |  |
| 4 |  |  |  | 0 | -1 | -1 | -7 | -4 | -3 | -9 | 0 | 0 |  |
| 1 | -1 | 0 |  | 1.5 | -3.5 | 5.5 | 0 | 1.5 | -0.5 | -1.5 | 1 | -4.5 | 0.27 |
| 2 | 0 | 7 |  | 2.5 | 0.5 | -0.5 | 1 | 0.5 | 0.5 | 0.5 | 0 | 0.5 |  |
| 3 |  |  |  | -1.5 | 3.5 | -5.5 | 0 | -1.5 | 0.5 | 1.5 | 0 | 5.5 |  |
| 4 |  |  |  | 17.5 | 2.5 | -4.5 | 0 | -0.5 | 0.5 | -5.5 | 0 | 3.5 |  |
| 1 | 0 | 1 |  | 0.27 | -0.64 | 1 | 0 | 0.27 | -0.09 | -0.27 | 0.18 | -0.82 |  |
| 2 | 0 | 7 |  | 2.64 | 0.18 | 0 | 1 | 0.64 | 0.45 | 0.36 | 0.09 | 0.09 | 7.33 |
| 3 |  |  |  | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |  |
| 4 |  |  |  | 18.73 | -0.36 | 0 | 0 | 0.3 | 0.09 | -6.73 | 0.82 | -0.18 |  |
| 1 | 0 | 1 |  | 7.25 | 0.5 | 0 | 2.75 | 1.75 | 1.25 | 1 | 0.25 | 0.25 |  |
| 2 | 0 | 9 |  | 2.25 | -0.5 | 1 | 0.75 | 0.75 | 0.25 | 0 | 0.25 | -0.75 |  |
| 3 |  |  |  | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |  |
| 4 |  |  |  | 67.5 | 3 | 0 | 18.5 | 12.5 | 8.5 | 0 | 2.5 | 1.5 |  |

1. Вычислим и :
2. Определим знаки :

Наблюдается ситуация 3. Переходим к новому базису

1. Выбор нового базиса

Воспользуемся приближенным методом для выбора направляющего столбца. Для этого найдем максимальное отрицательное . Оно равно -11 и соответствует столбцу № 3. Выберем направляющую строку. Для этого вычислим :

Следовательно направляющая строка - №2.

Новый базис . Переходим ко второй итерации.

1. Пересчитаем параметры (матрицы X):

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |

1. Определим знаки :

Наблюдается ситуация 3. Переходим к новому базису.

1. Выбор нового базиса

Воспользуемся приближенным методом для выбора направляющего столбца. Для этого найдем максимальное отрицательное . Оно равно -5.5 и соответствует столбцу № 2. Выберем направляющую строку. Для этого вычислим :

Следовательно направляющая строка - №1.

Новый базис . Переходим к третьей итерации.

1. Пересчитаем параметры (матрицы X):

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |

1. Определим знаки :

Наблюдается ситуация 3. Переходим к новому базису

1. Выбор нового базиса

Воспользуемся приближенным методом для выбора направляющего столбца. Для этого найдем максимальное отрицательное . Оно равно 0 во всех столбцах с отрицательными , следовательно выберем столбец с наибольшим по модулю параметром . Это столбец №6. Выберем направляющую строку. Для этого вычислим :

Следовательно направляющая строка - №2.

Новый базис . Переходим к четвертой итерации.

1. Пересчитаем параметры (матрицы X):

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |

1. Определим знаки :

Все .

Наблюдается ситуация 1, следовательно задача решена.

Оптимальный базис:

Целевая функция:

Оптимальный план:

Максимальная целевая функция:

Оптимальный опорный план двойственной задачи:

# Задание 7. ЗЛП, записанную в канонической форме решить М методом (II алгоритм)

Задача в каноническом виде (рисунок 2.1):

Рисунок 7.1 – Каноническая форма записи ЗЛП

1. Составим М-задачу – рисунок 7.2:

Рисунок 7.2 – М задача

1. Составим основную и вспомогательную таблицы. Здесь матрица e начальная это единичная матрица, а вектор начальный – вектор ограничений.

Основная таблица

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| N |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 1 | 0 | -1 |  | 24 | 1 | 0 | 9 |  |
| 2 | 0 | -1 |  | 5 | 0 | 1 | 2 | 2.5 |
| 3 |  |  |  | -29 | -1 | -1 | -11 |  |
| 4 |  |  |  | 0 | 0 | 0 | 7 |  |
| 1 | 0 | -1 |  | 1.5 | 1 | -4.5 | 5.5 |  |
| 2 | 7 | 0 |  | 2.5 | 0 | 0.5 | -0.5 |  |
| 3 |  |  |  | -1.5 | -1 | 4.5 | -5.5 |  |
| 4 |  |  |  | 17.5 | 0 | 3.5 | -4.5 |  |
| 1 | 1 | 0 |  | 0.27 | 0.18 | -0.82 | -0.27 |  |
| 2 | 7 | 0 |  | 2.64 | 0.09 | 0.09 | 0.36 |  |
| 3 |  |  |  | 0 | 0 | 0 | 0 |  |
| 4 |  |  |  | 18.73 | 0.82 | -0.18 | -6.73 |  |
| 1 | 1 | 0 |  | 2.25 | 0.25 | -0.75 |  |  |
| 2 | 9 | 0 |  | 7.25 | 0.25 | 0.25 |  |  |
| 3 |  |  |  | 0 | 0 | 0 |  |  |
| 4 |  |  |  | 67.5 | 2.5 | 1.5 |  |  |

Вспомогательная таблица ( - исходные данные).

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| b |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 24 | 1 | 1 | 9 | 6 | 4 | 3 | 1 | 0 |
| 5 | 1 | -1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
|  | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | -1 |
|  | 1 | 1 | 7 | 4 | 3 | 9 | 0 | 0 |
|  | -2 | 0 | -11 | -7 | -5 | -4 | 0 | 0 |
|  | -1 | -1 | -7 | -4 | -3 | -9 | 0 | 0 |
|  | 3.5 | -5.5 | 0 | -1.5 | 0.5 | 1.5 | 0 | 5.5 |
|  | 2.5 | -4.5 | 0 | -0.5 | 0.5 | -5.5 | 0 | 3.5 |
|  | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
|  | -0.36 | 0 | 0 | 0.73 | 0.09 | -6.73 | 0.82 | -0.18 |
|  | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
|  | 3 | 0 | 18.5 | 12.5 | 8.5 | 0 | 2.5 | 1.5 |

1. Найдем обратную матрицу :
2. Вычислим вектор :
3. Найдем вектора и :
4. Вычислим и :
5. Вычислим параметры и :

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

1. Найдем вектор :
2. Выбор нового базиса

Воспользуемся приближенным методом для выбора направляющего столбца. Для этого найдем максимальное отрицательное . Оно равно -11 и соответствует столбцу № 3. Выберем направляющую строку. Для этого вычислим :

Следовательно направляющая строка - №2.

Новый базис . Переходим ко второй итерации.

1. Пересчитаем параметры (матрицы e):

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| |  |  | | --- | --- | | 1 |  | | -1 | 3.5 |  1. Вычислим параметры и :  |  |  | | --- | --- | |  |  | |  |
|  |  |

1. Найдем вектор :
2. Выбор нового базиса

Воспользуемся приближенным методом для выбора направляющего столбца. Для этого найдем максимальное отрицательное . Оно равно -5.5 и соответствует столбцу № 2. Выберем направляющую строку. Для этого вычислим :

Следовательно направляющая строка - №2.

Новый базис . Переходим к третьей итерации.

1. Пересчитаем параметры (матрицы e):

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| |  |  | | --- | --- | | 0.18 |  | | 0 | 0.82 |  1. Вычислим параметры и :  |  |  | | --- | --- | |  |  | |  |

1. Найдем вектор :
2. Определим новый базис

Воспользуемся приближенным методом для выбора направляющего столбца. Для этого найдем максимальное отрицательное . Оно равно 0 во всех столбцах с отрицательными , следовательно выберем столбец с наибольшим по модулю параметром . Это столбец №6. Выберем направляющую строку. Для этого вычислим :

Следовательно направляющая строка - №2.

Новый базис . Переходим к четвертой итерации.

1. Пересчитаем параметры (матрицы e):

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| |  |  | | --- | --- | | 0.25 |  | | 0 | 2.5 |  1. Вычислим параметры и :  |  |  | | --- | --- | |  |  | |  |
|  |  |

1. Определим знаки :

Все .

Наблюдается ситуация 1, следовательно задача решена.

Оптимальный базис:

Целевая функция:

Оптимальный план:

Максимальная целевая функция:

Оптимальный опорный план двойственной задачи:

# Задание 8. Проверить достоверность результатов, полученных при решении ЗЛП М методом (II алгоритм)

Задача в каноническом виде (рисунок 8.1):

Рисунок 8.1 – Каноническая форма записи ЗЛП

Для задачи линейного программирования М методом (II алгоритм) были получены следующие результаты:

Оптимальный базис:

Целевая функция:

Оптимальный план:

Максимальная целевая функция:

Оптимальный опорный план двойственной задачи:

Осуществим проверку полученных результатов на допустимость, опорность и оптимальность.

1. Проверка на допустимость:

Подставим опорный план прямой задачи в условия ограничений (соответствующей прямой задачи):

Получили .

Подставим опорный план двойственной задачи в условия ограничений (соответствующей двойственной задачи):

Получили .

1. Проверка на опорность:

1. Проверка на оптимальность:

Полученные опорные планы оптимальны.

# Задание 9. Для ЗЛП, заданной в канонической форме построить множество внизу изменений правых частей при которых оптимальный базис сохраняет свойство оптимальности. Интерпретировать в терминах предметной области полученные результаты.

Задача в каноническом виде (рисунок 9.1):

Рисунок 9.1 – Каноническая форма записи ЗЛП

1. Вычислим базисные компоненты базисного плана:
2. Найдем область изменения правых частей

Таким образом получили, что при всех изменения правых частей, входящих в область оптимальный базис останется неизменным.

На графике видно, что если мы хотим оставить ограничение на первый ресурс (количество команд рабочих) таким же, то есть , то для сохранности оптимальности полученного плана может изменяться в пределах . Если мы хотим оставить ограничение на второй ресурс (количество затрачиваемой энергии в МВт) таким же, то есть , то для сохранности оптимальности полученного плана может изменяться в пределах .

Это можно интерпретировать так. Если у вычислительного центра появилась возможность включить в работу больше рабочих, но при этом количество затрачиваемой энергии остается неизменным, то оптимальным планом при увеличении команд рабочих по прежнему останется производство продукции №2 и №6. Построение и администрирование городской компьютерной сети, наполнение украинского сегмента «Интернет» соответственно.

# Задание 10. Для ЗЛП, заданной в канонической форме заданы пределы изменения :

**Определить приращение , которое обеспечит наибольшее приращение максимального значения целевой функции. Интерпретировать полученный результат в терминах предметной области.**

Задача в каноническом виде (рисунок 10.1):

Рисунок 10.1 – Каноническая форма записи ЗЛП

1. Определим векторы и :
2. Решим задачу графическим способом. Для этого построим область .

Передвигая график целевой функции вдоль ее нормали получим, что оптимальными значениями изменений ограничений будут

Итоговый вектор

Приращение целевой функции:

Новое значение целевой функции:

Полученный результат говорит о том, что для того чтобы вычислительному центру получать максимальную прибыль при предоставлении тех же услуг №2 (построение и администрирование городской компьютерной сети) и №6 (наполнение украинского сегмента «Интернет» соответственно), ему необходимо увеличить количество затрачиваемых ресурсов на вектор , то есть добавить 14.4 новых команд рабочих и расходовать дополнительные 3МВт электроэнергии.

# Задание 11. Найти начальный опорный план транспортной задачи методом северо-западного угла (вариант №30, k=2, μ=2).

Условие задачи приведено ниже.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 7  200 | 6 | 5 | 11 | 13 | 200 | 0 |  |  |  |
| 11  108 | 8  42 | 5 | 7 | 14 | 150 | 42 | 0 |  |  |
| 10 | 4  70 | 8 | 17 | 5 | 70 | 0 |  |  |  |
| 7 | 6  138 | 7  242 | 11  210 | 19  190 | 780 | 642 | 400 | 190 | 0 |
| 308 | 250 | 242 | 210 | 190 |  |  |  |  |  |
| 108 | 208 | 0 | 0 | 0 |  |  |  |  |  |
| 0 | 138 |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | 0 |  |  |  |  |  |  |  |  |

1. Проверим, что задача закрытая:
2. Определим начальный опорный план
3. Найдем суммарные издержки :
4. Исходный базис:

# Задание 12. Найти начальный опорный план транспортной задачи методом минимального элемента (вариант №30, k=2, μ=2).

Условие задачи приведено ниже.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 7 | 6 | 5  200 | 11 | 13 | 200 | 0 |  |  |  |
| 11 | 8 | 5  42 | 7  108 | 14 | 150 | 108 | 0 |  |  |
| 10 | 4  70 | 8 | 17 | 5 | 70 | 0 |  |  |  |
| 7  308 | 6  180 | 7 | 11  102 | 19  190 | 780 | 472 | 292 | 190 | 0 |
| 308 | 250 | 242 | 210 | 190 |  |  |  |  |  |
| 0 | 180 | 42 | 102 | 0 |  |  |  |  |  |
|  | 0 | 0 | 0 |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

1. Определим начальный опорный план
2. Найдем суммарные издержки :
3. Исходный базис:

# Задание 13. Найти начальный опорный план транспортной задачи методом Фогеля (вариант №30, k=2, μ=2).

Условие задачи приведено ниже.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 7 | 6 | 5  80 | 11 | 13  120 | 200 | 80 | 0 |  |  | 1 | 1 | 1 |  |
| 11 | 8 | 5 | 7  150 | 14 | 150 | 0 |  |  |  | 2 | 2 |  |  |
| 10 | 4 | 8 | 17 | 5  70 | 70 | 0 |  |  |  | 1 |  |  |  |
| 7  308 | 6  250 | 7  162 | 11  60 | 19 | 780 | 530 | 222 | 60 |  | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 308 | 250 | 242 | 210 | 190 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 0 | 0 | 162 | 60 | 120 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  | 0 | 0 | 0 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 0 | 2 | 0 | 4 | 8 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 0 | 0 | 0 | 4 | 1 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 0 | 0 | 2 | 0 | 6 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 0 | 0 | 0 | 0 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 0 |  | 0 | 0 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  | 0 | 0 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  | 0 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

1. Определим начальный опорный план
2. Найдем суммарные издержки :
3. Исходный базис:

Сравним полученные результаты:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Метод | С-З угла | Минимального элемента | Фогеля |
|  | 11646 |  |  |

# Задание 14. Закрытую транспортную задачу решить методом потенциалов взяв качестве исходных опорных планов опорные планы полученные методами С-З угла, минимального элемента, Фогеля. Сравнить полученные результаты. Объяснить различие в количестве итераций

Используем метод потенциалов для улучшения опорного плана, полученного при использовании метода С-З угла

Был получен следующий опорный план

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 7  200 | 6 | 5 | 11 | 13 | 200 |
| 11  108 | 8  42 | 5 | 7 | 14 | 150 |
| 10 | 4  70 | 8 | 17 | 5 | 70 |
| 7 | 6  138 | 7  242 | 11  210 | 19  190 | 780 |
| 308 | 250 | 242 | 210 | 190 |  |

Цикл 1.

1. Проверим оптимальность опорного плана. Найдем предварительные потенциалы ui, vj. по занятым клеткам таблицы, в которых ui + vj = cij, полагая, что u1 = 0.

u1 + v1 = 7; 0 + v1 = 7; v1 = 7

u2 + v1 = 11; 7 + u2 = 11; u2 = 4

u2 + v2 = 8; 4 + v2 = 8; v2 = 4

u3 + v2 = 4; 4 + u3 = 4; u3 = 0

u4 + v2 = 6; 4 + u4 = 6; u4 = 2

u4 + v3 = 7; 2 + v3 = 7; v3 = 5

u4 + v4 = 11; 2 + v4 = 11; v4 = 9

u4 + v5 = 19; 2 + v5 = 19; v5 = 17

1. Опорный план не является оптимальным, так как существуют оценки свободных клеток, для которых ui + vj > cij

(1;5): 0 + 17 > 13; ∆15 = 0 + 17 - 13 = 4 > 0

(2;3): 4 + 5 > 5; ∆23 = 4 + 5 - 5 = 4 > 0

(2;4): 4 + 9 > 7; ∆24 = 4 + 9 - 7 = 6 > 0

(2;5): 4 + 17 > 14; ∆25 = 4 + 17 - 14 = 7 > 0

(3;5): 0 + 17 > 5; ∆35 = 0 + 17 - 5 = 12 > 0

(4;1): 2 + 7 > 7; ∆41 = 2 + 7 - 7 = 2 > 0

max(4,4,6,7,12,2) = 12

1. Выбираем максимальную оценку свободной клетки (3;5): 5

Для этого в перспективную клетку (3;5) поставим знак «+», а в остальных вершинах многоугольника чередующиеся знаки «-», «+», «-».

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 7  200 | 6 | 5 | 11 | 13 | 200 |
| 11  108 | 8  42 | 5 | 7 | 14 | 150 |
| 10 | 4[-]  70 | 8 | 17 | 5[+] | 70 |
| 7 | 6[+]  138 | 7  242 | 11  210 | 19[-]  190 | 780 |
| 308 | 250 | 242 | 210 | 190 |  |

Из грузов хij стоящих в минусовых клетках, выбираем наименьшее, т.е. ϴ = min (70,190) = 70. Прибавляем 70 к объемам грузов, стоящих в плюсовых клетках и вычитаем 70 из Хij, стоящих в минусовых клетках. В результате получим новый опорный план.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 7  200 | 6 | 5 | 11 | 13 | 200 |
| 11  108 | 8  42 | 5 | 7 | 14 | 150 |
| 10 | 4 | 8 | 17 | 5  70 | 70 |
| 7 | 6  208 | 7  242 | 11  210 | 19  120 | 780 |
| 308 | 250 | 242 | 210 | 190 |  |

Цикл 2.

1. Проверим оптимальность опорного плана. Найдем предварительные потенциалы ui, vj. по занятым клеткам таблицы, в которых ui + vj = cij, полагая, что u1 = 0.

u1 + v1 = 7; 0 + v1 = 7; v1 = 7

u2 + v1 = 11; 7 + u2 = 11; u2 = 4

u2 + v2 = 8; 4 + v2 = 8; v2 = 4

u4 + v2 = 6; 4 + u4 = 6; u4 = 2

u4 + v3 = 7; 2 + v3 = 7; v3 = 5

u4 + v4 = 11; 2 + v4 = 11; v4 = 9

u4 + v5 = 19; 2 + v5 = 19; v5 = 17

u3 + v5 = 5; 17 + u3 = 5; u3 = -12

1. Опорный план не является оптимальным, так как существуют оценки свободных клеток, для которых ui + vj > cij

(1;5): 0 + 17 > 13; ∆15 = 0 + 17 - 13 = 4 > 0

(2;3): 4 + 5 > 5; ∆23 = 4 + 5 - 5 = 4 > 0

(2;4): 4 + 9 > 7; ∆24 = 4 + 9 - 7 = 6 > 0

(2;5): 4 + 17 > 14; ∆25 = 4 + 17 - 14 = 7 > 0

(4;1): 2 + 7 > 7; ∆41 = 2 + 7 - 7 = 2 > 0

max(4,4,6,7,2) = 7

3) Выбираем максимальную оценку свободной клетки (2;5): 14

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 7  200 | 6 | 5 | 11 | 13 | 200 |
| 11  108 | 8[-]  42 | 5 | 7 | 14[+] | 150 |
| 10 | 4 | 8 | 17 | 5  70 | 70 |
| 7 | 6[+]  208 | 7  242 | 11  210 | 19[-]  120 | 780 |
| 308 | 250 | 242 | 210 | 190 |  |

Из грузов хij стоящих в минусовых клетках, выбираем наименьшее, т.е. ϴ = min (42,120) = 42. Прибавляем 42 к объемам грузов, стоящих в плюсовых клетках и вычитаем 42 из Хij, стоящих в минусовых клетках. В результате получим новый опорный план.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 7  200 | 6 | 5 | 11 | 13 | 200 |
| 11  108 | 8 | 5 | 7 | 14  42 | 150 |
| 10 | 4 | 8 | 17 | 5  70 | 70 |
| 7 | 6  250 | 7  242 | 11  210 | 19  78 | 780 |
| 308 | 250 | 242 | 210 | 190 |  |

Цикл 3.

1. Проверим оптимальность опорного плана. Найдем предварительные потенциалы ui, vj. по занятым клеткам таблицы, в которых ui + vj = cij, полагая, что u1 = 0.

u1 + v1 = 7; 0 + v1 = 7; v1 = 7

u2 + v1 = 11; 7 + u2 = 11; u2 = 4

u2 + v5 = 14; 4 + v5 = 14; v5 = 10

u3 + v5 = 5; 10 + u3 = 5; u3 = -5

u4 + v5 = 19; 10 + u4 = 19; u4 = 9

u4 + v2 = 6; 9 + v2 = 6; v2 = -3

u4 + v3 = 7; 9 + v3 = 7; v3 = -2

u4 + v4 = 11; 9 + v4 = 11; v4 = 2

1. Опорный план не является оптимальным, так как существуют оценки свободных клеток, для которых ui + vj > cij

(4;1): 9 + 7 > 7; ∆41 = 9 + 7 - 7 = 9 > 0

1. Выбираем максимальную оценку свободной клетки (4;1): 7

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 7  200 | 6 | 5 | 11 | 13 | 200 |
| 11[-]  108 | 8 | 5 | 7 | 14[+]  42 | 150 |
| 10 | 4 | 8 | 17 | 5  70 | 70 |
| 7[+] | 6  250 | 7  242 | 11  210 | 19[-]  78 | 780 |
| 308 | 250 | 242 | 210 | 190 |  |

Из грузов хij стоящих в минусовых клетках, выбираем наименьшее, т.е. ϴ = min (108,78) = 78. Прибавляем 78 к объемам грузов, стоящих в плюсовых клетках и вычитаем 78 из Хij, стоящих в минусовых клетках. В результате получим новый опорный план.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 7  200 | 6 | 5 | 11 | 13 | 200 |
| 11  30 | 8 | 5 | 7 | 14  120 | 150 |
| 10 | 4 | 8 | 17 | 5  70 | 70 |
| 7  78 | 6  250 | 7  242 | 11  210 | 19 | 780 |
| 308 | 250 | 242 | 210 | 190 |  |

Цикл 4.

1. Проверим оптимальность опорного плана. Найдем предварительные потенциалы ui, vj. по занятым клеткам таблицы, в которых ui + vj = cij, полагая, что u1 = 0.

u1 + v1 = 7; 0 + v1 = 7; v1 = 7

u2 + v1 = 11; 7 + u2 = 11; u2 = 4

u2 + v5 = 14; 4 + v5 = 14; v5 = 10

u3 + v5 = 5; 10 + u3 = 5; u3 = -5

u4 + v1 = 7; 7 + u4 = 7; u4 = 0

u4 + v2 = 6; 0 + v2 = 6; v2 = 6

u4 + v3 = 7; 0 + v3 = 7; v3 = 7

u4 + v4 = 11; 0 + v4 = 11; v4 = 11

1. Опорный план не является оптимальным, так как существуют оценки свободных клеток, для которых ui + vj > cij

(1;3): 0 + 7 > 5; ∆13 = 0 + 7 - 5 = 2 > 0

(2;2): 4 + 6 > 8; ∆22 = 4 + 6 - 8 = 2 > 0

(2;3): 4 + 7 > 5; ∆23 = 4 + 7 - 5 = 6 > 0

(2;4): 4 + 11 > 7; ∆24 = 4 + 11 - 7 = 8 > 0

max(2,2,6,8) = 8

1. Выбираем максимальную оценку свободной клетки (2;4): 7

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 7  200 | 6 | 5 | 11 | 13 | 200 |
| 11[-]  30 | 8 | 5 | 7 | 14[+]  120 | 150 |
| 10 | 4 | 8 | 17 | 5  70 | 70 |
| 7[+]  78 | 6  250 | 7  242 | 11  210 | 19[-] | 780 |
| 308 | 250 | 242 | 210 | 190 |  |

Из грузов хij стоящих в минусовых клетках, выбираем наименьшее, т.е. ϴ = min (30) = 30. Прибавляем 30 к объемам грузов, стоящих в плюсовых клетках и вычитаем 30 из Хij, стоящих в минусовых клетках. В результате получим новый опорный план.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 7  200 | 6 | 5 | 11 | 13 | 200 |
| 11 | 8 | 5 | 7  30 | 14  120 | 150 |
| 10 | 4 | 8 | 17 | 5  70 | 70 |
| 7  108 | 6  250 | 7  242 | 11  180 | 19 | 780 |
| 308 | 250 | 242 | 210 | 190 |  |

Цикл 5.

1. Проверим оптимальность опорного плана. Найдем предварительные потенциалы ui, vj. по занятым клеткам таблицы, в которых ui + vj = cij, полагая, что u1 = 0.

u1 + v1 = 7; 0 + v1 = 7; v1 = 7

u4 + v1 = 7; 7 + u4 = 7; u4 = 0

u4 + v2 = 6; 0 + v2 = 6; v2 = 6

u4 + v3 = 7; 0 + v3 = 7; v3 = 7

u4 + v4 = 11; 0 + v4 = 11; v4 = 11

u2 + v4 = 7; 11 + u2 = 7; u2 = -4

u2 + v5 = 14; -4 + v5 = 14; v5 = 18

u3 + v5 = 5; 18 + u3 = 5; u3 = -13

1. Опорный план не является оптимальным, так как существуют оценки свободных клеток, для которых ui + vj > cij

(1;3): 0 + 7 > 5; ∆13 = 0 + 7 - 5 = 2 > 0

(1;5): 0 + 18 > 13; ∆15 = 0 + 18 - 13 = 5 > 0

max(2,5) = 5

1. Выбираем максимальную оценку свободной клетки (1;5): 13

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 7[-]  200 | 6 | 5 | 11 | 13[+] | 200 |
| 11 | 8 | 5 | 7[+]  30 | 14[-]  120 | 150 |
| 10 | 4 | 8 | 17 | 5  70 | 70 |
| 7[+]  108 | 6  250 | 7  242 | 11[-]  180 | 19 | 780 |
| 308 | 250 | 242 | 210 | 190 |  |

Из грузов хij стоящих в минусовых клетках, выбираем наименьшее, т.е. ϴ = min (200, 120, 180) = 120. Прибавляем 120 к объемам грузов, стоящих в плюсовых клетках и вычитаем 120 из Хij, стоящих в минусовых клетках. В результате получим новый опорный план.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 7  80 | 6 | 5 | 11 | 13  120 | 200 |
| 11 | 8 | 5 | 7  150 | 14 | 150 |
| 10 | 4 | 8 | 17 | 5  70 | 70 |
| 7  228 | 6  250 | 7  242 | 11  60 | 19 | 780 |
| 308 | 250 | 242 | 210 | 190 |  |

Цикл 6.

1. Проверим оптимальность опорного плана. Найдем предварительные потенциалы ui, vj. по занятым клеткам таблицы, в которых ui + vj = cij, полагая, что u1 = 0.

u1 + v1 = 7; 0 + v1 = 7; v1 = 7

u4 + v1 = 7; 7 + u4 = 7; u4 = 0

u4 + v2 = 6; 0 + v2 = 6; v2 = 6

u4 + v3 = 7; 0 + v3 = 7; v3 = 7

u4 + v4 = 11; 0 + v4 = 11; v4 = 11

u2 + v4 = 7; 11 + u2 = 7; u2 = -4

u1 + v5 = 13; 0 + v5 = 13; v5 = 13

u3 + v5 = 5; 13 + u3 = 5; u3 = -8

1. Опорный план не является оптимальным, так как существуют оценки свободных клеток, для которых ui + vj > cij

(1;3): 0 + 7 > 5; ∆13 = 0 + 7 - 5 = 2 > 0

1. Выбираем максимальную оценку свободной клетки (1;3): 5

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 7[-]  80 | 6 | 5[+] | 11 | 13  120 | 200 |
| 11 | 8 | 5 | 7  150 | 14 | 150 |
| 10 | 4 | 8 | 17 | 5  70 | 70 |
| 7[+]  228 | 6  250 | 7[-]  242 | 11  60 | 19 | 780 |
| 308 | 250 | 242 | 210 | 190 |  |

Из грузов хij стоящих в минусовых клетках, выбираем наименьшее, т.е. ϴ = min (80, 242) = 80. Прибавляем 80 к объемам грузов, стоящих в плюсовых клетках и вычитаем 80 из Хij, стоящих в минусовых клетках. В результате получим новый опорный план.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 7 | 6 | 5  80 | 11 | 13  120 | 200 |
| 11 | 8 | 5 | 7  150 | 14 | 150 |
| 10 | 4 | 8 | 17 | 5  70 | 70 |
| 7  308 | 6  250 | 7  162 | 11  60 | 19 | 780 |
| 308 | 250 | 242 | 210 | 190 |  |

Цикл 7.

1. Проверим оптимальность опорного плана. Найдем предварительные потенциалы ui, vj. по занятым клеткам таблицы, в которых ui + vj = cij, полагая, что u1 = 0.

u1 + v3 = 5; 0 + v3 = 5; v3 = 5

u4 + v3 = 7; 5 + u4 = 7; u4 = 2

u4 + v1 = 7; 2 + v1 = 7; v1 = 5

u4 + v2 = 6; 2 + v2 = 6; v2 = 4

u4 + v4 = 11; 2 + v4 = 11; v4 = 9

u2 + v4 = 7; 9 + u2 = 7; u2 = -2

u1 + v5 = 13; 0 + v5 = 13; v5 = 13

u3 + v5 = 5; 13 + u3 = 5; u3 = -8

1. Опорный план является оптимальным, так все оценки свободных клеток удовлетворяют условию ui + vj ≤ cij.
2. Определим новый опорный план
3. Найдем суммарные издержки :
4. Оптимальный базис:

Используем метод потенциалов для улучшения опорного плана, полученного при использовании метода минимального элемента.

Был получен следующий опорный план

Цикл 1.

1. Проверим оптимальность опорного плана. Найдем предварительные потенциалы ui, vj. по занятым клеткам таблицы, в которых ui + vj = cij, полагая, что u1 = 0.

u1 + v3 = 5; 0 + v3 = 5; v3 = 5

u2 + v3 = 5; 5 + u2 = 5; u2 = 0

u2 + v4 = 7; 0 + v4 = 7; v4 = 7

u4 + v4 = 11; 7 + u4 = 11; u4 = 4

u4 + v1 = 7; 4 + v1 = 7; v1 = 3

u4 + v2 = 6; 4 + v2 = 6; v2 = 2

u3 + v2 = 4; 2 + u3 = 4; u3 = 2

u4 + v5 = 19; 4 + v5 = 19; v5 = 15

1. Опорный план не является оптимальным, так как существуют оценки свободных клеток, для которых ui + vj > cij

(1;5): 0 + 15 > 13; ∆15 = 0 + 15 - 13 = 2 > 0

(2;5): 0 + 15 > 14; ∆25 = 0 + 15 - 14 = 1 > 0

(3;5): 2 + 15 > 5; ∆35 = 2 + 15 - 5 = 12 > 0

(4;3): 4 + 5 > 7; ∆43 = 4 + 5 - 7 = 2 > 0

max(2,1,12,2) = 12

1. Выбираем максимальную оценку свободной клетки (3;5): 5

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 7 | 6 | 5  200 | 11 | 13 | 200 |
| 11 | 8 | 5  42 | 7  108 | 14 | 150 |
| 10 | 4[-]  70 | 8 | 17 | 5[+] | 70 |
| 7  308 | 6[+]  180 | 7 | 11  102 | 19[-]  190 | 780 |
| 308 | 250 | 242 | 210 | 190 |  |

Из грузов хij стоящих в минусовых клетках, выбираем наименьшее, т.е. ϴ = min (70, 190) = 70. Прибавляем 70 к объемам грузов, стоящих в плюсовых клетках и вычитаем 70 из Хij, стоящих в минусовых клетках. В результате получим новый опорный план.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 7 | 6 | 5  200 | 11 | 13 | 200 |
| 11 | 8 | 5  42 | 7  108 | 14 | 150 |
| 10 | 4 | 8 | 17 | 5  70 | 70 |
| 7  308 | 6  250 | 7 | 11  102 | 19  120 | 780 |
| 308 | 250 | 242 | 210 | 190 |  |

Цикл 2.

1. Проверим оптимальность опорного плана. Найдем предварительные потенциалы ui, vj. по занятым клеткам таблицы, в которых ui + vj = cij, полагая, что u1 = 0.

u1 + v3 = 5; 0 + v3 = 5; v3 = 5

u2 + v3 = 5; 5 + u2 = 5; u2 = 0

u2 + v4 = 7; 0 + v4 = 7; v4 = 7

u4 + v4 = 11; 7 + u4 = 11; u4 = 4

u4 + v1 = 7; 4 + v1 = 7; v1 = 3

u4 + v2 = 6; 4 + v2 = 6; v2 = 2

u4 + v5 = 19; 4 + v5 = 19; v5 = 15

u3 + v5 = 5; 15 + u3 = 5; u3 = -10

1. Опорный план не является оптимальным, так как существуют оценки свободных клеток, для которых ui + vj > cij

(1;5): 0 + 15 > 13; ∆15 = 0 + 15 - 13 = 2 > 0

(2;5): 0 + 15 > 14; ∆25 = 0 + 15 - 14 = 1 > 0

(4;3): 4 + 5 > 7; ∆43 = 4 + 5 - 7 = 2 > 0

max(2,1,2) = 2

1. Выбираем максимальную оценку свободной клетки (1;5): 13

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 7 | 6 | 5[-]  200 | 11 | 13[+] | 200 |
| 11 | 8 | 5[+]  42 | 7[-]  108 | 14 | 150 |
| 10 | 4 | 8 | 17 | 5  70 | 70 |
| 7  308 | 6  250 | 7 | 11[+]  102 | 19[-]  120 | 780 |
| 308 | 250 | 242 | 210 | 190 |  |

Из грузов хij стоящих в минусовых клетках, выбираем наименьшее, т.е. ϴ = min (120, 108, 200) = 108. Прибавляем 108 к объемам грузов, стоящих в плюсовых клетках и вычитаем 108 из Хij, стоящих в минусовых клетках. В результате получим новый опорный план.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 7 | 6 | 5  92 | 11 | 13  108 | 200 |
| 11 | 8 | 5  150 | 7 | 14 | 150 |
| 10 | 4 | 8 | 17 | 5  70 | 70 |
| 7  308 | 6  250 | 7 | 11  210 | 19  12 | 780 |
| 308 | 250 | 242 | 210 | 190 |  |

Цикл 3.

1. Проверим оптимальность опорного плана. Найдем предварительные потенциалы ui, vj. по занятым клеткам таблицы, в которых ui + vj = cij, полагая, что u1 = 0.

u1 + v3 = 5; 0 + v3 = 5; v3 = 5

u2 + v3 = 5; 5 + u2 = 5; u2 = 0

u1 + v5 = 13; 0 + v5 = 13; v5 = 13

u3 + v5 = 5; 13 + u3 = 5; u3 = -8

u4 + v5 = 19; 13 + u4 = 19; u4 = 6

u4 + v1 = 7; 6 + v1 = 7; v1 = 1

u4 + v2 = 6; 6 + v2 = 6; v2 = 0

u4 + v4 = 11; 6 + v4 = 11; v4 = 5

1. Опорный план не является оптимальным, так как существуют оценки свободных клеток, для которых ui + vj > cij

(4;3): 6 + 5 > 7; ∆43 = 6 + 5 - 7 = 4 > 0

1. Выбираем максимальную оценку свободной клетки (4;3): 7

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 7 | 6 | 5[-]  92 | 11 | 13[+]  108 | 200 |
| 11 | 8 | 5  150 | 7 | 14 | 150 |
| 10 | 4 | 8 | 17 | 5  70 | 70 |
| 7  308 | 6  250 | 7[+] | 11  210 | 19[-]  12 | 780 |
| 308 | 250 | 242 | 210 | 190 |  |

Из грузов хij стоящих в минусовых клетках, выбираем наименьшее, т.е. ϴ = min (12, 192) = 12. Прибавляем 12 к объемам грузов, стоящих в плюсовых клетках и вычитаем 12 из Хij, стоящих в минусовых клетках. В результате получим новый опорный план.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 7 | 6 | 5  80 | 11 | 13  120 | 200 |
| 11 | 8 | 5  150 | 7 | 14 | 150 |
| 10 | 4 | 8 | 17 | 5  70 | 70 |
| 7  308 | 6  250 | 7  12 | 11  210 | 19 | 780 |
| 308 | 250 | 242 | 210 | 190 |  |

Цикл 4.

1. Проверим оптимальность опорного плана. Найдем предварительные потенциалы ui, vj. по занятым клеткам таблицы, в которых ui + vj = cij, полагая, что u1 = 0.

u1 + v3 = 5; 0 + v3 = 5; v3 = 5

u2 + v3 = 5; 5 + u2 = 5; u2 = 0

u4 + v3 = 7; 5 + u4 = 7; u4 = 2

u4 + v1 = 7; 2 + v1 = 7; v1 = 5

u4 + v2 = 6; 2 + v2 = 6; v2 = 4

u4 + v4 = 11; 2 + v4 = 11; v4 = 9

u1 + v5 = 13; 0 + v5 = 13; v5 = 13

u3 + v5 = 5; 13 + u3 = 5; u3 = -8

1. Опорный план не является оптимальным, так как существуют оценки свободных клеток, для которых ui + vj > cij

(2;4): 0 + 9 > 7; ∆24 = 0 + 9 - 7 = 2 > 0

1. Выбираем максимальную оценку свободной клетки (2;4): 7

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 7 | 6 | 5  80 | 11 | 13  120 | 200 |
| 11 | 8 | 5[-]  150 | 7[+] | 14 | 150 |
| 10 | 4 | 8 | 17 | 5  70 | 70 |
| 7  308 | 6  250 | 7[+]  12 | 11[-]  210 | 19 | 780 |
| 308 | 250 | 242 | 210 | 190 |  |

Из грузов хij стоящих в минусовых клетках, выбираем наименьшее, т.е. ϴ = min (150, 210) = 150. Прибавляем 150 к объемам грузов, стоящих в плюсовых клетках и вычитаем 150 из Хij, стоящих в минусовых клетках. В результате получим новый опорный план.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 7 | 6 | 5  80 | 11 | 13  120 | 200 |
| 11 | 8 | 5 | 7  150 | 14 | 150 |
| 10 | 4 | 8 | 17 | 5  70 | 70 |
| 7  308 | 6  250 | 7  162 | 11  60 | 19 | 780 |
| 308 | 250 | 242 | 210 | 190 |  |

Цикл 5.

1. Проверим оптимальность опорного плана. Найдем предварительные потенциалы ui, vj. по занятым клеткам таблицы, в которых ui + vj = cij, полагая, что u1 = 0.

u1 + v3 = 5; 0 + v3 = 5; v3 = 5

u4 + v3 = 7; 5 + u4 = 7; u4 = 2

u4 + v1 = 7; 2 + v1 = 7; v1 = 5

u4 + v2 = 6; 2 + v2 = 6; v2 = 4

u4 + v4 = 11; 2 + v4 = 11; v4 = 9

u2 + v4 = 7; 9 + u2 = 7; u2 = -2

u1 + v5 = 13; 0 + v5 = 13; v5 = 13

u3 + v5 = 5; 13 + u3 = 5; u3 = -8

1. Опорный план является оптимальным, так все оценки свободных клеток удовлетворяют условию ui + vj ≤ cij.
2. Определим новый опорный план
3. Найдем суммарные издержки :
4. Оптимальный базис:

Используем метод потенциалов для улучшения опорного плана, полученного при использовании метода Фогеля.

Был получен следующий опорный план

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 7 | 6 | 5  80 | 11 | 13  120 | 200 |
| 11 | 8 | 5 | 7  150 | 14 | 150 |
| 10 | 4 | 8 | 17 | 5  70 | 70 |
| 7  308 | 6  250 | 7  162 | 11  60 | 19 | 780 |
| 308 | 250 | 242 | 210 | 190 |  |

Цикл 1.

1. Проверим оптимальность опорного плана. Найдем предварительные потенциалы ui, vj. по занятым клеткам таблицы, в которых ui + vj = cij, полагая, что u1 = 0.

u1 + v3 = 5; 0 + v3 = 5; v3 = 5

u4 + v3 = 7; 5 + u4 = 7; u4 = 2

u4 + v1 = 7; 2 + v1 = 7; v1 = 5

u4 + v2 = 6; 2 + v2 = 6; v2 = 4

u4 + v4 = 11; 2 + v4 = 11; v4 = 9

u2 + v4 = 7; 9 + u2 = 7; u2 = -2

u1 + v5 = 13; 0 + v5 = 13; v5 = 13

u3 + v5 = 5; 13 + u3 = 5; u3 = -8

1. Опорный план является оптимальным, так все оценки свободных клеток удовлетворяют условию ui + vj ≤ cij.
2. Суммарные издержки :
3. Оптимальный базис:

Сверим результаты трех методов, улучшенных методом потенциалов:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Метод  Параметр | С-З угла | Минимального элемента | Фогеля |
|  | 7 | 5 | 1 |
|  | (0,-2,-8,2,5,4,5,9,13) | | |
|  | (0,0,80,0,120,0,0,0,150,0,0,0,0,0,70,308,250,162,60) | | |
|  |  | | |
|  | 8810 | | |